NUMERO DECIMAL

Por ANGEL MARTINEZ LOSADA
(Catedrático-Director de S. Filial)

Al estudiar el sistema de numeración decimal hemos visto que, *partiendo de la unidad simple* (u. s.), obteníamos otras unidades, por reunión de 10, 100, ... (unidades simples), que llamábamos unidades de primero, segundo, ..., orden, y también decenas (D), centenas (C), miles (U. M.)... Después, por *reunión* de unidades de distintos órdenes formábamos los números naturales, que empezábamos escribiendo en la forma 4 D, 5 u. s., 3 C, 2 D, 0 u. s. ..., y que determinaban clases de conjuntos. Después estos números los escribíamos de una forma más cómoda, así: 45 u. s.; 320 u. s., ó 45, 320. Después, por *reunión* de números de esta clase, definíamos la suma y luego las restantes operaciones con sus propiedades.

Con el fin de obtener otras nuevas unidades, que la vida ha hecho necesitar, vamos a realizar con las unidades simples la operación inversa de la de reunir, esto es, *descomponer* las unidades simples en partes iguales y después haremos lo mismo con las partes así obtenidas. Repitiendo con ellas todo lo que hemos hecho con las unidades de orden superior, tendremos el estudio del sistema de los números decimales.

Empezábamos *descomponiendo* la unidad simple (un metro, una cuartilla) en *diez partes iguales*, y a cada una de ellas le llamamos décima parte de la u. s., o solamente *décima* o *unidad decimal de primer orden*. Así, pues, cada unidad simple está formada por la reunión de 10 décimas.

Descomponemos después la u. s. en *100 partes iguales*, y a cada una de ellas le llamamos *centésima* parte de la u. s., o *centésima*, o *unidad decimal de segundo orden*. Por tanto, una u. s. tiene 100 centésimas. Como cada una de estas partes podría obtenerse descomponiendo una décima en 100 partes iguales, resulta que una décima tiene 10 centésimas.

Siguiendo este proceso de *descomposición* de la u. s. obtenemos *las unidades decimales* de tercero, cuarto, ..., orden, que también llamaremos milésimas, diezmilésimas, ..., partes de la u. s.

Definición.—Llamaremos *unidades decimales* de primero, segundo, tercero, ..., orden, a cada una de las partes que resultan de descomponer la u. s. en 10, 100, 1.000 partes iguales.

EJERCICIOS

1.º) Descomponga el alumno una cuartilla, en diez partes iguales, y una de estas partes en otras diez.

2.º) El mismo ejercicio anterior, con otra cuartilla de distinto tamaño.

3.º) ¿Cuál es la unidad decimal de 4.º orden, si la u.s. es 1 metro?

4.º) ¿Cuántas unidades decimales de 3.er orden tiene una de 1.º? ¿Y una de 2.º?

5.º) ¿Cuántas unidades decimales de 4.º orden tiene una milésima? ¿Y décima?

6.º) ¿Cómo se obtiene la unidad decimal de 6.º orden, si la u.s. es 1 metro?

Se debe hacer observar al alumno las analogías de *construcción* de las unidades decimales y de *lenguaje* con los números naturales para que así "vea" que:

1 unidad decimal de primer orden, o décima (d) = 10 u. d. de segundo orden.
1 unidad decimal de segundo orden, o centésima (c) = 10 u. d. de tercer orden.
1 unidad decimal de tercer orden, o milésima (m) = 10 u. d. de cuarto orden.

Reunión de unidades enteras y decimales.—Si el alumno ha descompuesto una cuartilla (u. s.) en 10 partes iguales, y una de estas partes en otras diez, tiene la cuartilla descompuesta en *décimas*, y una de estas décimas en *centésimas*. Puede entonces formar un montón, reuniendo dos décimas y tres centésimas, y decir que en ese montón hay 2 d. 3 c., expresión que puede utilizar para describirlo. Lo único que ha hecho ha sido *reunir* 2 d. y 3 c.

Podemos, por tanto, *reunir* unidades enteras y decimales para formar expresiones como éstas:

$\boxed{\text{5 Centenas, 2 Decenas, 4 u. s., 3 décimas}}$

$\boxed{\text{3 u. s., 5 d., 4 m.}}$

Definición.—Llamaremos *número decimal* a la *reunión* de unidades enteras y decimales.

(Por ahora los números decimales los escribiremos indicando las unidades de cada clase que los forman, dentro de un rectángulo, y escritas de mayor o menor orden.)

Representación de los números decimales.—Como ocurría con los números enteros, los números decimales, en el sistema de numeración decimal, pueden expresarse de distintas formas.

Así, el número decimal 45 D, 5 u. s., 14 d., 37 c. se puede también escribir así: 4 C, 5 D, 5 u. s., 1 u. s., 4 d. 7 c. o bien 4 C, 5 D, 6 u. s., 7 d., 7 c. y aquí todos los números naturales que aparecen tienen una sola cifra. El número 13 d., 427 m. se escribirá así: 1 u. s., 7 d., 2 c., 7 m.

Esto puede conseguirse con todos los números decimales. Luego *todo número decimal puede expresarse de modo que los números naturales que indican las unidades de los distintos órdenes que lo componen sean de una sola cifra.*

Para obtener una representación simbólica sin añadir la clase de unidades decimales que posee podemos hacer, por ejemplo, esto:

El número 4 C, 5 D, 6 u. s., 7 d., 7 c. expresando así

4	5	6	7	7,
C	D	u, s.	d	c

o utilizando un símbolo que nos indique el orden decimal de cada cifra. Para ello adoptamos el acuerdo de colocar una coma entre la cifra de las u. s. y la de las décimas, observando que entonces, hacia la izquierda, aparecen las cifras de las D, C, ..., y hacia la derecha de la coma, las d., c., m., ...

Así, el número 4 C, 5 D, 6 u. s., y 7 d. 7 c. lo escribiremos 456,77 unidades simples, y el número 5 d., 8 c., 7 dm. lo escribiremos 0,5807 unidades simples.

Escribiendo u. s. para indicar el orden de la cifra situada a la izquierda de la coma.

Así, todo número decimal se escribe mediante dos números enteros (uno de ellos puede ser cero), separados por una coma, y que se llaman *parte entera* y *parte decimal,* respectivamente.

Para escribir un número decimal se escriben las cifras que expresan sus distintas unidades de izquierda a derecha, y de mayor a menor orden, colocando una coma entre la cifra de la u. s. y la de las décimas.

Reduciendo a unidades del último orden todas las que componen un número decimal, se obtiene éste *expresado como un número natural de unidades de su orden inferior.*

Así, 5 d., 8 c., 7 m., puede escribirse: 587 milésimas, y el número 456,77 u. s. puede escribirse: 45677 centésimas.

Luego, *todo número decimal puede expresarse como un número natural de unidades de su último orden decimal.*

EJERCICIOS.—Escribir el número decimal 150 C, 61 D, 14 m.
2.º ¿Cuántas décimas tiene el número 4,035 u.s.?
3.º ¿Cuántas milésimas tiene el número 4,035 u.s.?
4.º Señalar la cifra de las décimas y de las milésimas, en los números 4,035; 105 C, 61 D, 14 m; 324 diezmilésimas.
5.º ¿Cuál es la cifra de las décimas de 14,567? ¿Cuántas décimas tiene?
6.º Hallar la parte entera y la parte decimal del n.º 25 D, 38 m.
7.º Hallar la parte entera y la parte decimal del n.º 25,72 milésimas.

LECTURA DE LOS NUMEROS DECIMALES

Para leer el número 456,77 u. s., lo escribimos así:

|456 u. s., 77 centésimas|

y leemos "cuatrocientos cincuenta y seis u. s. y setenta y siete centésimas".

Para leer el número decimal 0,0056 u. s., lo escribimos así:

| 0 u. s., 56 diezmilésimas |

y leemos "cero u. s. y cincuenta y seis diezmilésimas".

Observando, pues, que la parte entera es el número natural de unidades simples que posee, y la parte decimal el número natural de unidades decimales de su último orden, resulta: para leer *un número* decimal, se lee su parte entera como si fuera un número natural, añadiendo la palabra u. s., y luego la parte decimal, añadiendo el nombre de las unidades de su último orden.

IGUALDAD Y DESIGUALDAD DE NUMEROS DECIMALES

Diremos *que dos números decimales son iguales si tienen la misma parte entera y la misma parte decimal.* O bien, si expresados ambos como números enteros de un mismo orden decimal, estos números enteros son iguales.

Un número decimal es *mayor* que otro si el primero tiene mayor parte entera que el segundo, o cuando éstas son iguales, si el primero tiene mayor parte decimal que el segundo.

EJERCICIOS.—1.º ¿Son iguales |25 D 57 d 6 m| y |25576 m?| ¿Cuál es mayor?
2.º ¿Cuál es el mayor de los números 2 C, 7 D, 5 u.s., 3 m y 175,0031?
3.º ¿Pueden suprimirse los ceros situados a la derecha de la última cifra significativa, en un número decimal? ¿Y las situadas a la izquierda?
4.º ¿Son iguales los números 14,38; 14,380; 14,3800 y 14,038?

SUMA DE NUMEROS DECIMALES

Llamaremos *suma* de dos números decimales (sumandos) al número decimal que resulta de *reunir* todas las unidades que los forman.

Así, la suma de los números 4,15 y 0,0371 puede obtenerse reuniendo las 415 centésimas del primero con las 371 diezmilésimas del segundo o las 4150 diezmilésimas del primero con las 371 del segundo y obtenemos (41500 + 3171) diezmilésimas, o sea, 4,1871 u. s.

Para *sumar* números decimales, se reducen los dos a números enteros de unidades decimales del mismo orden, se suman estos números enteros y el resultado se expresa en unidades decimales del mismo orden.

La operación se reduce, pues, a sumar números enteros, y la disposición de la operación es la misma. Por tanto, se cumplen con los números decimales las propiedades *conmutativa* y *asociativa* de la suma.

EJERCICIOS.—1.º Sumar números decimales expresados en distintas formas.
2.º Ejemplos en que comprueben la propiedad asociativa y conmutativa.

DIFERENCIA DE NUMEROS DECIMALES

Llamaremos *diferencia* de dos números decimales, minuendo y sustraendo, a otro número decimal que sumado con el sustraendo, nos dé el minuendo.

Si queremos restar del número 51,27 u. s. (minuendo) el número 4,0037 u. s. (sustraendo), expresándolos como enteros de igual orden decimal, tendremos que restar de 512700 diezmilésimas, el sustraendo 40037 diezmilésimas y obtenemos (512700-40037) diezmilésimas, o sea, 47,2663 u. s., habiéndose reducido la operación al caso de restar números enteros.

Por tanto, *se restan* números decimales, reduciéndolos a números enteros del mismo orden decimal, restando los números enteros así obtenidos y expresando el resultado en unidades decimales del mismo orden.

EJERCICIOS.—1.º Restar números decimales expresados de distintas formas.

Consecuencia de lo anterior es que las propiedades de la diferencia de dos números decimales son las mismas que las de los números enteros.

PRODUCTO DE NUMEROS DECIMALES

Recordemos que al multiplicar u. s. por un número entero expresado en unidades de cualquier orden obteníamos unidades de este mismo orden.

Primer caso.—Producto de un número decimal por un número entero será el número decimal que resulta de sumar dicho número decimal consigo mismo tantas veces como u. s. tenga el número natural.

Por tanto, para multiplicar 0,75 u. s. por 5 u. s. tendremos que sumar (0,75 + 0,75 + 0,75 + 0,75 + 0,75) u. s., o sea (75 + 75 + 75 + + 75 + 75) centésimas, o sea, tenemos que hallar 75 × 5 centésimas, obteniendo 375 centésimas, o sea, 3,75 u. s. La operación se ha reducido a la de multiplicar números enteros.

Para *multiplicar un número decimal* por un número natural expresamos aquél en unidades decimales de su último orden y multiplicamos los números enteros que resultan, expresando el producto en unidades decimales del mismo orden.

EJERCICIOS.—1.° Multiplicar un número decimal por 10, 100, ... y hallar una regla.
2.° Multiplicar 0,03 u.s. por 37 u.s.

Segundo caso.—Producto de dos números decimales. Este producto no podemos definirlo directamente como el de números enteros. Ahora bien, uno de los factores siempre puede expresarse como número entero de unidades decimales de un cierto orden. Hecho esto, llamamos *producto de dos números decimales* al número decimal que resulta de multiplicar uno de los factores por el otro expresado como número entero de unidades decimales de un cierto orden y expresando el resultado en u. d. de igual orden. Así la operación se reduce al caso anterior.

Por ejemplo, para multiplicar 4,35 u. s. por 0,032 u. s., bastará multiplicar 435 c. por 0,032 u. s., obteniéndose según la regla anterior (435 × 0,032) centésimas, o sea, 139,20 centésimas o 1,3920 u. s.

EJERCICIOS.—1.° Multiplicar números decimales, escritos en distintas formas.
2.° Ejercicios en que compruebe que las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, de números enteros, siguen siendo válidas.

DIVISION DE NUMEROS DECIMALES

Recordamos que se definía la división de dos números enteros dividendo (D) y divisor (d), como la operación que consistía en hallar dos números, cociente (q) y resto (r), tales que:

1.° $D = d \cdot q + r$. 2.° $r < d$.

Para la división de dos números decimales, dividendo (D) y divisor (d), daremos la misma definición: hallar dos números, cociente (q) y resto (r), tales que:

1.° $D = d \cdot q + r$. 2.° $r < d$.

Primer caso.—División de un número decimal por un número entero. Expresando el dividendo como número entero de unidades decimales de su último orden, reducimos esta operación al caso de dividir dos números enteros, sin más que tener en cuenta que entonces el cociente y el resto vendrán expresados en las mismas unidades.

Si queremos dividir 4,371 u. s. por 35 u. s. bastará dividir 4371 milésimas por 35 u. s. Efectuada esta división de enteros en la forma ordinaria, obtendremos 124 de cociente y 31 de resto, y se cumple $4371 = 35124 + 31$; de aquí que si 4371 son milésimas, también lo serán 124 y 31. Luego $q = 124$ milésimas y $r = 31$ milésimas; luego $q = 0{,}124$, $r = 0{,}031$ y, efectivamente, se cumplen las dos condiciones exigidas $4{,}371 = 38$; $0{,}124 + 0{,}031$ y $0{,}031 < 36$.

Luego para dividir por un número entero (d) = divisor un número decimal, D = dividendo, se expresa éste como número entero de u. d. de su último orden, se dividen como números enteros y el cociente obtenido vendrá expresado en las u. d. del dividendo y lo mismo el resto. (La operación se dispone, pues, como para dividir enteros, sin más que expresar el cociente en la u. d. de menor orden del dividendo, o sea, separando tantas cifras decimales en él, como había en el D.)

Segundo caso.—Dividir dos números decimales. Si D y d son dividendo y divisor y ambos decimales, se ha de verificar que

$$D = d \cdot q + r \quad \text{y} \quad r < d.$$

Multiplicando por 10, 100, 1000, ..., se puede conseguir que d sea entero. Supongamos que d tiene tres cifras decimales. Sean q y r los números que queremos obtener. Multiplicando la igualdad anterior por 1000 resulta $1000\,D = (1000\,d),\ q + 1000\,r$ y $1000\,r < 1000\,d$, relaciones que nos dicen que *el cociente* q se obtiene dividiendo el número decimal 1000 D por el núhero entero $1000\,d$ por la regla anterior. El resto r estará determinado como en el caso de los números enteros, o sea, $r = D - d \cdot q$.

Por ejemplo, si $D = 0{,}05734$ y $d = 2{,}18$, dividiremos 5,734 por 218, por la regla anterior:

$$\begin{array}{l|l} 5{,}734 & 218 \\ 1\,374 & 26 \text{ milésimas} \\ \ \ 066 \text{ milésimas} & \end{array}$$

y obtenemos 0,026 de cociente, o sea, $q = 0{,}026$.

Entonces $r = 0{,}05734 - 0{,}026 \cdot 2{,}18 = 0{,}00066$.

Por tanto, para dividir dos números decimales se reducen dividendo y divisor a unidades decimales del último orden del divisor, y dividiendo los números obtenidos por la regla anterior hallamos el cociente q. El resto entonces es: $D - d \cdot q$.

EJERCICIOS.—1.° Dividir 0,02 por 71.
2.° Hallar el resto de la división de 0,123 por 7,53.
3.° Realizar ejercicios de calcular el cociente y el resto de la división de números decimales.
4.° Dividir 1 por 45,37.

Si el resto es cero, el cociente obtenido se llama *cociente decimal exacto*. Si es distinto de cero, se llama cociente decimal aproximado.

CONSECUENCIAS.—1.° Al dividir dos números decimales hemos dicho que se reducían dividendo y divisor a u. d., tales que el divisor fuera un número entero. Pero esto podemos hacerlo de muchas formas. Así, si $D = 0{,}05734$ y $d = 2{,}18$ u. s., podíamos escribir: $D = 57{,}34$ y $d = 2180$, y operando como antes resulta $q = 0{,}02$ y por resto $= 0{,}05734 - 2{,}18 . 0{,}02 = 0{,}01374$, resultados distintos de los anteriores, pero que cumplen la definición.

Si el dividendo lo hubiésemos escrito así: $D = 0{,}0573400$ y $d = 2{,}18$, efectuando la operación según la regla anterior, se obtiene $q = 0{,}02630$ y $r = 0{,}003060$.

Resumiendo: Al dividir $D = 0{,}05734$ por $d = 2{,}18$, se obtiene:

$0{,}05734 = 2{,}18 . 0{,}026 + 0{,}00066$; luego $q = 0{,}026$ $r = 0{,}00066$
$0{,}05734 = 2{,}18 . 0{,}02 + 0{,}01374$; " $q' = 0{,}02$ $r' = 0{,}01374$
$0{,}05734 = 2{,}18 . 0{,}0263 + 0{,}000306$; " $q'' = 0{,}0263$ $r'' = 0{,}000306$

Y así podemos seguir, sin más que añadir ceros a la derecha del dividendo cuando éste es decimal.

Resulta, pues, *que la división de números decimales no es única*, o mejor, el cociente y el resto no están unívocamente determinados por D y d.

2.° Si queremos dividir $24 = D$ por 76, basta escribir $D = 24{,}0000$, por ejemplo, y $d = 76$ y aplicar lo anterior para obtener $q = 0{,}3157$ y $r = 0{,}0068$.

Por tanto, podemos dividir dos números naturales, aunque el dividendo sea menor que el divisor, sin más que considerarlo como decimal, cuya parte decimal es cero, y según el número de ceros de esta parte decimal, obtendremos distintos resultados.

EJERCICIOS.—1.° Hallar tres cocientes y los restos correspondientes, dividiendo 2,71 por 35,4.
2.° Hacer observas qué les pasa a los restos de una división si aumentamos, con ceros, el número de cifras decimales del divisor. ¿Y a los cocientes?
3.° Las propiedades corrientes de la división de enteros, que se obtienen de la relación $D = dq + r$, se siguen verificando.